

## Électrocinétique | Chapitre 5 | TD (E5)

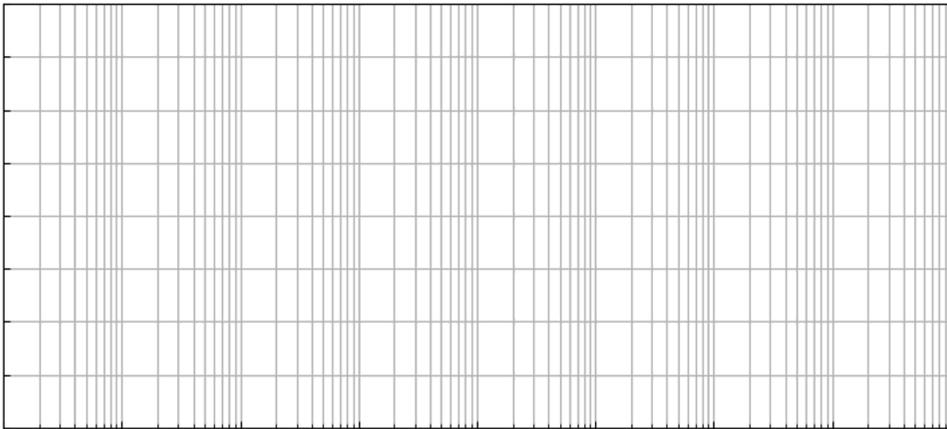
### Exercice n°1 • Cahier des charges d'un microphone

*cours*

Dans le but d'éliminer les bruits environnant et de garder uniquement la voix de l'utilisateur sans déformation, la fonction de transfert d'un microphone de téléphone portable doit :

- ne pas avoir de résonance aiguë ;
- voir un gain compris entre 0 et -3 dB pour les fréquences :  $50 \text{ Hz} < f < 500 \text{ Hz}$  ;
- atténuer à au moins -10 dB les signaux de fréquences  $f < 10 \text{ Hz}$ .
- atténuer à au moins -40 dB les signaux de fréquences  $f > 5 \text{ kHz}$ .

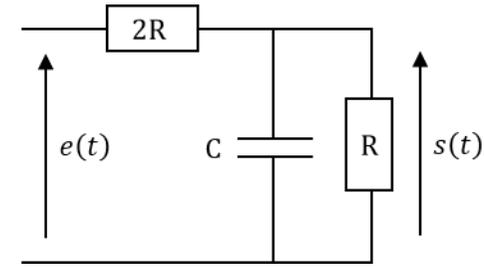
- 1) Sur le graphique ci-dessous, rayer les zones dans lesquelles le gain  $G_{dB}$  ne doit pas se trouver, afin de respecter le cahier des charges.
- 2) Tracer un diagramme de Bode asymptotique satisfaisant le cahier des charges.
- 3) Proposer un filtre ou une association de filtres possédant un tel diagramme de Bode.



### Exercice n°2 • Étude d'un filtre

*cours*

On considère le filtre ci-dessous. On donne :  $R = 1 \text{ k}\Omega$  et  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ .



- 1) Déterminer, sans calcul, la nature du filtre.
- 2) Déterminer la fonction de transfert. La mettre sous la forme :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$

Déterminer les expressions de  $H_0$  et  $\omega_0$  en fonction de  $R$  et  $C$ .

- 3) Quel est l'ordre du filtre ?
  - 4) Tracer son diagramme de Bode (gain et phase, asymptotique et réel).
  - 5) Déterminer la/les fréquences de coupure et la bande passante.
- On envoie en entrée le signal :

$$e(t) = U_0 + U_1 \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right) + U_1 \cos(\omega_2 t)$$

avec :  $\omega_1 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $\omega_2 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

- 6) Déterminer  $s(t)$ .

### Exercice n°3 • Identification d'un filtre inconnu

*cours*

On envoie le signal périodique  $e(t)$  représenté ci-dessous sur un filtre du premier ordre. On obtient alors le signal  $s(t)$  en sortie de filtre.

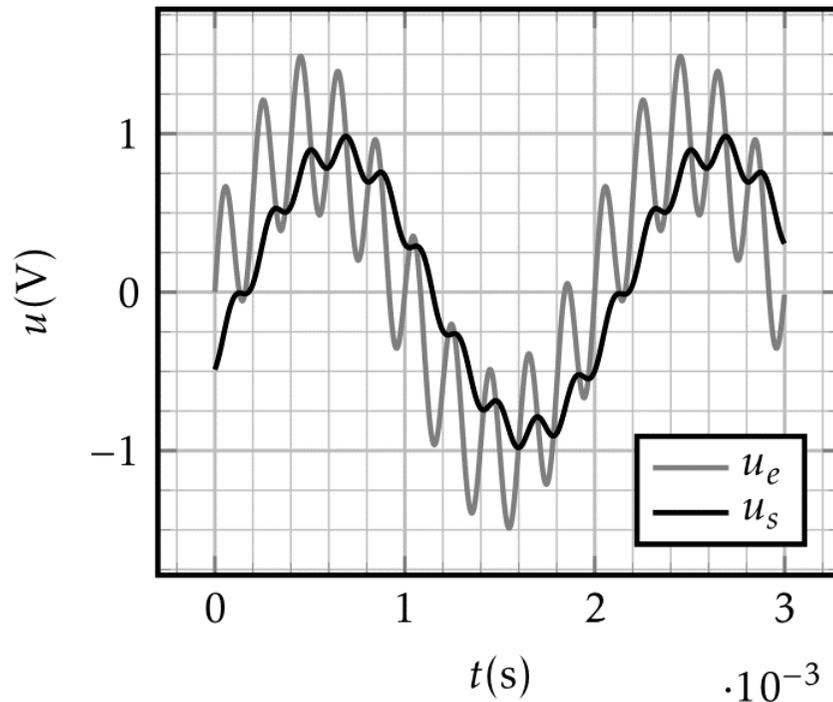
- 1) Justifier que le signal d'entrée est une somme de deux signaux harmoniques :  $e(t) = e_1(t) + e_2(t)$ . Préciser les fréquences, amplitudes et phases de ses signaux.
- 2) Préciser les amplitudes des signaux de sortie  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  correspondant.
- 3) En déduire la nature du filtre.

On admet qu'il s'agit d'un filtre d'ordre 1, dont la forme canonique de la fonction de transfert est :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jf/f_c}$$

où  $H_0$  est le gain en basses fréquences et  $f_c$  la fréquence de coupure.

- 4) Déterminer les valeurs de  $f_c$  et de  $H_0$ .
- 5) Proposer un filtre qui remplit ces conditions.



#### Exercice n°4 • Accordeur de guitare

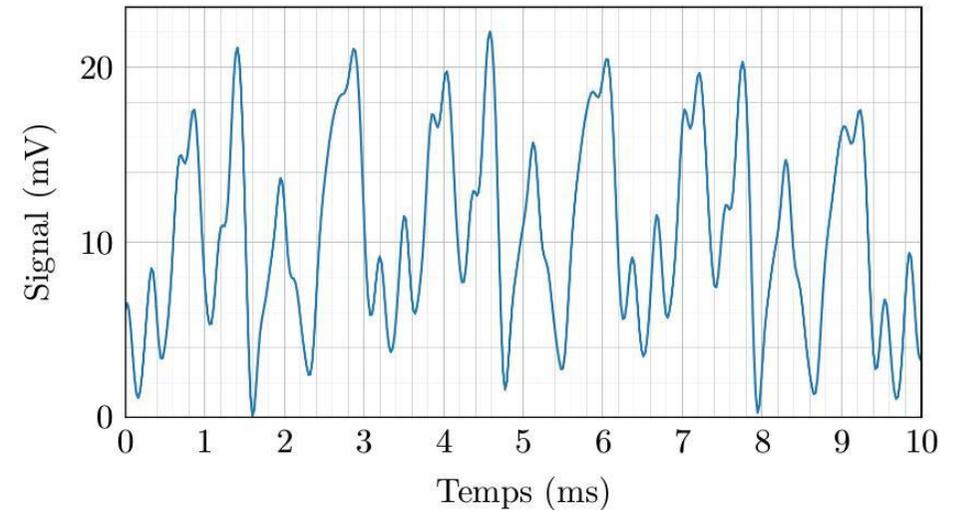
cours - DM

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare électrique. L'objectif de ce sujet est, grâce à une série de filtre, d'isoler la fréquence d'une corde légèrement désaccordée. Le principe consistant à réaccorder la corde n'est pas présenté. La corde étudiée est celle du Mi qui, une fois accordée, vibre à la fréquence  $f_{ac} = 329,6$  Hz.

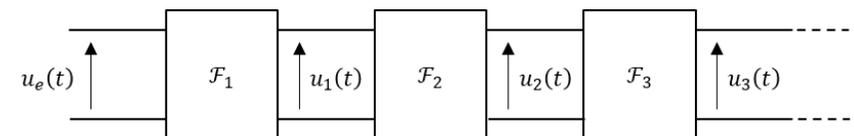
#### Le signal

La figure ci-dessous montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro de la guitare électrique.

- 1) Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
- 2) Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal, notée  $f_{co}$  (on supposera en première approximation que le signal est parfaitement périodique).
- 3) L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques ? Justifier. Afin d'isoler la fréquence fondamentale  $f_{co}$ , ce signal est injecté dans un circuit comportant 3 filtres en série.



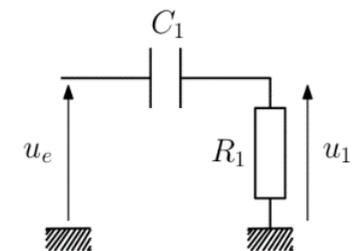
- 4) Rappeler la/les conditions à respecter afin que, lors d'une mise en cascade de filtres, chaque filtre se comporte tel que prédit par son étude en sortie ouverte. Dans la suite, on suppose que cette/ces conditions sont respectées.



#### Premier filtre $\mathcal{F}_1$

Le signal électrique  $u_e(t)$  provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre ci-contre, noté  $\mathcal{F}_1$ .

- 5) Exprimer la fonction de transfert  $\underline{H}_1(j\omega)$  de ce filtre en fonction de  $R_1$ ,  $C_1$  et de la pulsation  $\omega$  d'un signal d'entrée supposé harmonique.
- 6) Préciser de quel type de filtre s'agit-il (nature et ordre) ? Faire apparaître une pulsation caractéristique  $\omega_1$  en fonction de  $R_1$  et  $C_1$  et préciser sa signification.



- 7) On a choisi  $R_1 = 100$  k $\Omega$  et  $C_1 = 100$  nF. Tracer, sur votre feuille, l'allure du

diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.

8) Quel est le rôle de ce premier filtre ?

### Deuxième filtre $\mathcal{F}_2$

En sortie du filtre  $\mathcal{F}_1$ , le signal  $u_1(t)$  est envoyé sur un filtre  $\mathcal{F}_2$  dont la fonction de transfert est donnée par :

$$\underline{H}_2(j\omega) = 1 + \frac{G_0}{1 + j\omega/\omega_2} \quad \text{avec : } G_0 = 100 \quad \text{et } \omega_2 = 3,1 \cdot 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

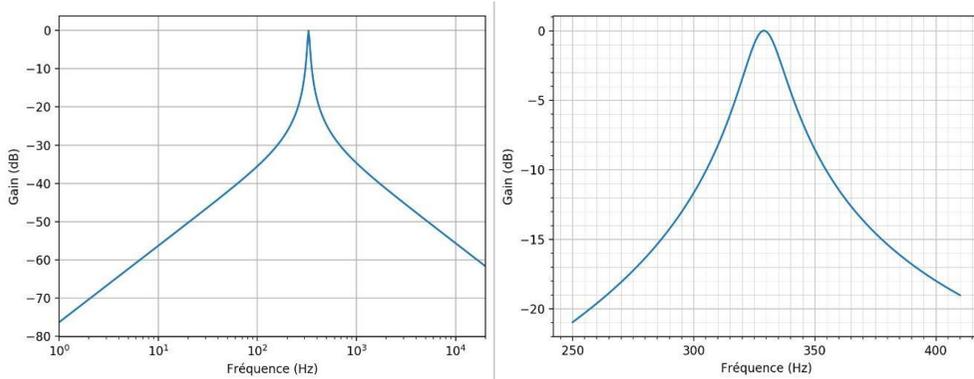
9) Que vaut le gain de ce filtre en basse fréquence ? Et en haute fréquence ?

10) Calculer numériquement la fréquence caractéristique  $f_2$  correspondant à la pulsation  $\omega_2$ . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

### Troisième filtre $\mathcal{F}_3$

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale  $f_{co}$  du signal  $u_2(t)$ , dont la valeur est voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique  $f_{ac}$  de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur. Le principe du filtre  $\mathcal{F}_3$  est que sa fréquence caractéristique soit égale à celle du signal de référence de fréquence  $f_{ac}$ .

La figure ci-dessous représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre  $\mathcal{F}_3$  tracé à deux échelles différentes.



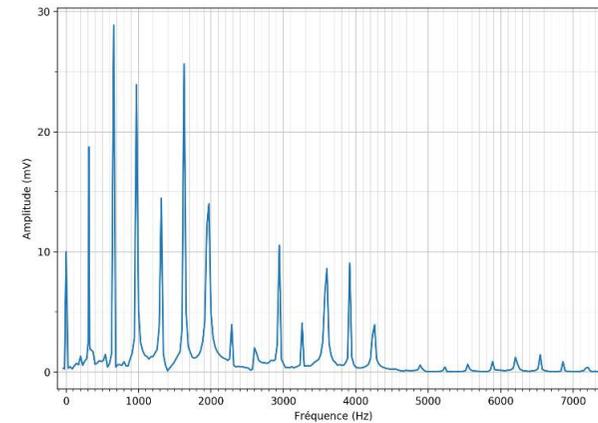
11) Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence caractéristique  $f_3$  ?

12) Définir puis déterminer graphiquement la valeur de sa bande-passante à  $-3$  dB.

13) Si la corde est désaccordée à  $f_{co} = 315$  Hz, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

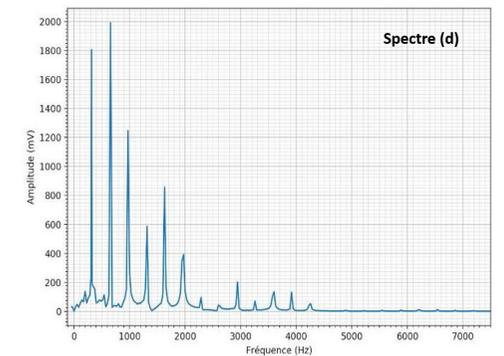
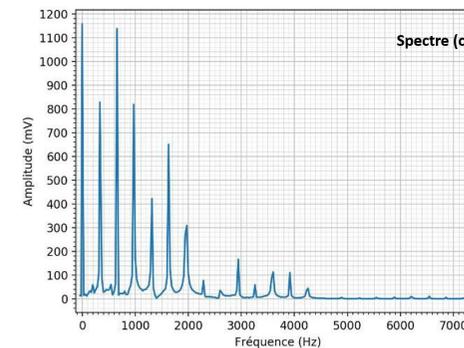
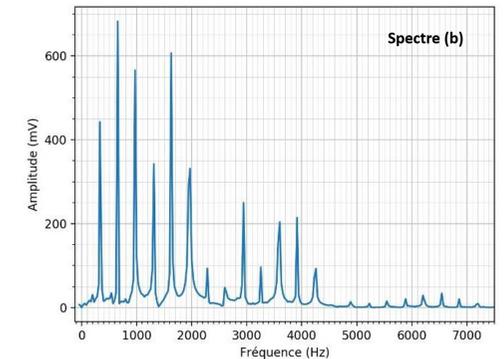
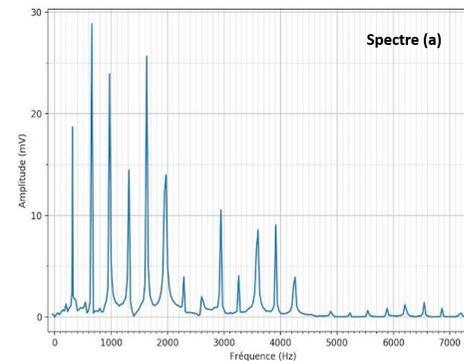
## Analyse spectrale

La figure ci-dessous correspond au spectre du signal d'entrée  $u_e(t)$ .



14) Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre de  $u_e(t)$ .

Ci-dessous, on donne 4 spectres notés (a), (b), (c) et (d).



15) En justifiant soigneusement, dire parmi les 4 spectres proposés lequel correspond au signal  $u_1(t)$ , c'est-à-dire le signal en sortie du filtre  $\mathcal{F}_1$ .

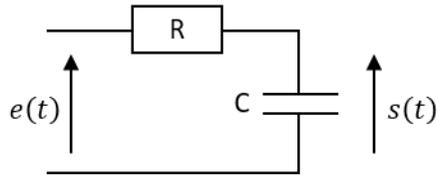
16) Même question pour  $u_2(t)$ , le signal en sortie du filtre  $\mathcal{F}_2$ .

17) Tracer l'allure du spectre du signal  $u_3(t)$  en sortie du filtre  $\mathcal{F}_3$ . Tracer l'allure du signal temporel correspondant.

### Exercice n°5 • Impédance d'entrée de l'oscilloscope



On considère le filtre RC ci-dessous. On choisit  $R = 10 \text{ k}\Omega$  et  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ .

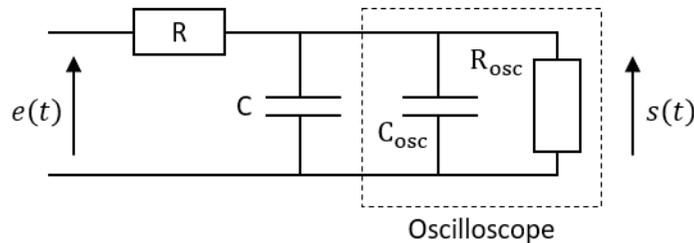


1) Montrer que sa fonction de transfert se met sous la forme suivante. Préciser les expressions et les valeurs de  $H_0$  et  $\omega_0$ .

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$

2) Donner sans démonstration l'allure du diagramme de Bode en gain. Préciser, toujours sans démonstration, la valeur de la pulsation de coupure.

Un oscilloscope peut être modélisé par l'association en dérivation d'une résistance  $R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$  et d'une capacité  $C_{osc} = 30 \text{ pF}$ .



3) Calculer la nouvelle fonction de transfert. La mettre sous la forme suivante. Préciser les expressions et les valeurs de  $H_1$  et  $\omega_1$ .

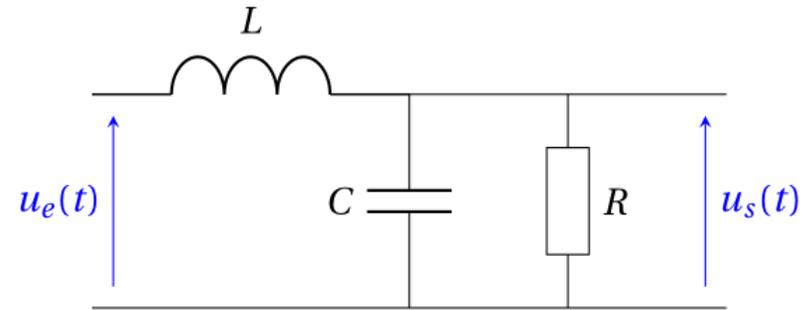
$$\underline{H} = \frac{H_1}{1 + j\omega/\omega_1}$$

4) Conclure sur l'influence de l'oscilloscope.

### Exercice n°6 • Filtre de Butterworth



On considère le filtre ci-dessous, appelé filtre de Butterworth. On l'étudie en sortie ouverte.



#### Étude théorique

1) En étudiant les circuits asymptotiques à basse et haute fréquence, établir la nature du filtre.

2) Déterminer la fonction de transfert du filtre. La mettre sous la forme canonique :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

où l'on exprimera  $H_0$ ,  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

3) Établir l'équation des asymptotes hautes et basses fréquences du gain en décibel du filtre.

Dans la suite, on appelle pulsation caractéristique du filtre  $\omega_c$ , la pulsation où se croisent les deux asymptotes.

#### Application du filtre : démodulation d'un signal modulé en amplitude

La modulation d'un signal  $s(t)$  en un signal  $m(t)$  est souvent nécessaire afin de pouvoir le transmettre sur une longue distance. Il faut alors démoduler le signal  $m(t)$  reçu à l'arrivée, afin de retrouver le signal d'origine  $s(t)$ .

Les détails physiques de la modulation et de la démodulation ne sont pas précisés. Considérons un signal :

$$s(t) = A_m \cos(\omega_m t)$$

Soit un signal dit porteur :

$$p(t) = A_p \cos(\omega_p t) \quad \text{avec : } \omega_p \gg \omega_m$$

On appelle signal modulé :

$$m(t) = p(t) \times (1 + s(t))$$

On appelle signal démodulé :

$$d(t) = p(t) \times m(t)$$

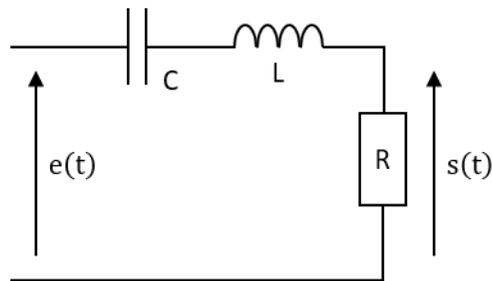
- 4) Représenter les spectres en amplitude des signaux  $m(t)$  et  $d(t)$ .
- 5) En déduire que le filtre de Butterworth de la partie précédente permet de transformer  $d(t)$  en un signal  $s'(t)$  de la forme :  $s'(t) = A + B s(t)$  avec  $A$  et  $B$  des constantes. Quelle condition doit respecter la pulsation caractéristique  $\omega_c$  du filtre dans ce cas ?
- 6) Quel filtre faut-il utiliser pour transformer le signal  $s'(t)$  en un signal proportionnel à  $s(t)$  ? Préciser, si cela importe, sa nature, son ordre, sa pulsation de coupure, etc.

### Exercice n°7 • Cahier des charges



Un microphone enregistre une conversation mais le rendu final est difficile audible du fait de la présence de bruits divers. Pour nettoyer l'enregistrement, on va prendre avantage du fait que l'audition humaine s'étend de 20 Hz à 20 kHz, alors que la voix peut produire des sons de fréquences comprises entre 100 Hz et 2 kHz. On souhaite donc réaliser un filtre qui ne conserve que la gamme de fréquence couverte par la voix. Pour cela, on impose de conserver une atténuation inférieure à 10 dB pour la voie humaine, tout en réduisant, à la limite de spectre audible, le niveau du signal de 40 dB.

On utilise le filtre ci-dessous.



On rappelle qu'il s'agit d'un filtre passe-bande d'ordre 2 dont la fonction de transfert s'écrit :

$$H = \frac{1}{1 + jQ \left( x - \frac{1}{x} \right)} \quad \text{avec : } x = \frac{\omega}{\omega_0} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = R\sqrt{\frac{L}{C}}$$

La bande passante (BP) à  $-3$  dB de ce filtre est donnée par :

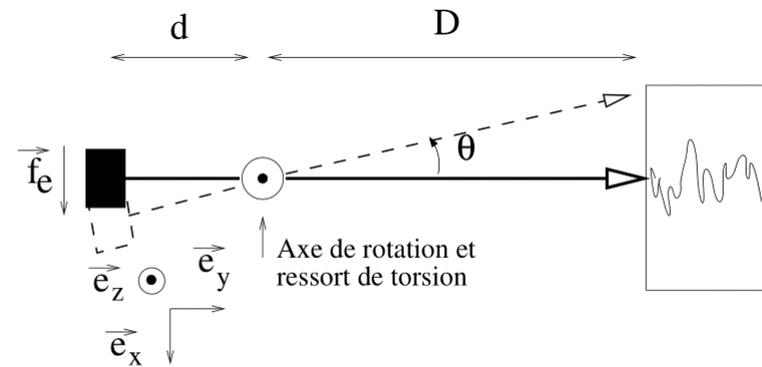
$$\omega \in \left[ \frac{\omega_0}{2Q} \left( -1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right) ; \frac{\omega_0}{2Q} \left( 1 + \sqrt{1 + 4Q^2} \right) \right]$$

- 1) Que vaut sa largeur ?
- 2) Que doit valoir la pulsation propre  $\omega_0$  pour centrer (en échelle log) la BP conformément au cahier des charges ?
- 3) Faut-il choisir un facteur de qualité faible ou élevé ? Déterminer la valeur à donner à  $Q$  pour ajuster la BP au spectre de la voix humaine.
- 4) Quelles devraient être les pentes des asymptotes à hautes et basses fréquences pour respecter le cahier des charges ? Est-ce le cas pour ce filtre ?  
On dispose de plusieurs filtres RLC identiques à celui présenté ci-dessus.
- 5) Sans calculs, dire combien de filtres faut-il mettre en cascade pour obtenir un filtre conforme au cahier des charges ? Quel sera alors l'ordre du filtre ?
- 6) Quelle précaution faut-il prendre lors de la mise en cascade des filtres ?

### Exercice n°8 • Sismomètre



Pour enregistrer les vibrations du sol, les ingénieurs sismologues ont développé de nombreux dispositifs électromécaniques appelés sismomètres.



Le bras du sismomètre est assujéti à tourner dans le plan horizontal  $(x, y)$  autour d'un axe vertical solidaire du socle. La position du bras est repérée par un angle  $\theta$ . On admet que cet angle est solution de l'équation différentielle :

$$md^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -C\theta(t) - \gamma \frac{d\theta}{dt} + df_e(t)$$

où  $m$  est la masse du contre-poids,  $C$  une constante de rappel,  $\gamma$  un coefficient d'amortissement et  $f_e(t)$  la force d'entraînement du sol sur le socle du sismomètre. Un capteur enregistre un signal  $s(t) = \alpha \dot{\theta}(t)$  proportionnel à la vitesse angulaire  $\dot{\theta}(t)$  du bras, où  $\alpha$  est une constante positive supposée connue.

1) Exprimer la fonction de transfert complexe  $\underline{H}(\omega) = \underline{S}/\underline{F}_e$  obtenue au cours du régime sinusoïdal établi, où  $\underline{S}$  et  $\underline{F}_e$  sont les représentations complexes respectives des fonctions sinusoïdales  $s(t)$  et  $f_e(t)$ .

Par analogie avec l'électrocinétique, on peut réécrire la fonction de transfert  $\underline{H}(\omega)$  sous la forme :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{A_0}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

en introduisant une pulsation propre  $\omega_0$  et un facteur de qualité  $Q$ . Exprimer les constantes  $A_0$ ,  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction des données du problème.

2) Quelle est la nature du filtre mécanique ainsi obtenu ?

3) Discuter, suivant la valeur de  $Q$ , l'allure du diagramme de Bode en gain de  $\underline{H}(\omega)$ .

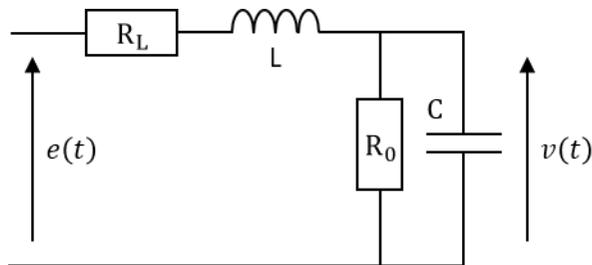
4) Le signal excitateur  $f_e(t)$  est brusquement coupé. Quels sont les différents régimes possibles présentés par le signal  $s(t)$  ? Accompagner votre réponse de schémas indiquant l'allure des courbes représentatives des différentes fonctions  $s(t)$ , après la coupure du signal excitateur.

5) Pour un fonctionnement optimal, le détecteur doit retourner le plus rapidement à sa position d'équilibre lorsque le signal excitateur est coupé. Dans quel régime de la question précédente est-il préférable de se placer ?

### Exercice n°9 • Réponse d'un microphone



Le comportement électrique d'un microphone est donné ci-dessous.



On appelle  $\underline{H}(\omega) = \underline{v}/\underline{e}$  la fonction de transfert du microphone.

1) Déterminer l'expression de la fonction de transfert complexe  $\underline{H}(\omega)$ .

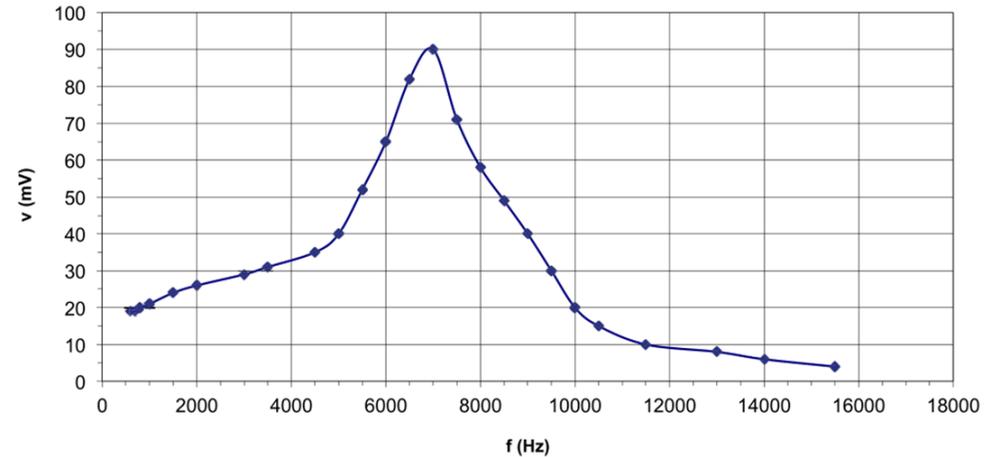
2) Écrire  $\underline{H}(\omega)$  sous la forme canonique suivante et en déduire les expressions du facteur de qualité  $Q$  et de la pulsation propre  $\omega_0$ .

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}} \quad \text{avec : } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

3) Établir la condition d'existence d'une résonance et déterminer la pulsation de résonance en fonction du facteur de qualité et de la pulsation propre.

Dans la suite, on suppose que  $Q \gg 1$ .

La réponse expérimentale du microphone est donnée sur la figure ci-dessous.



4) Déterminer graphiquement la fréquence de résonance.

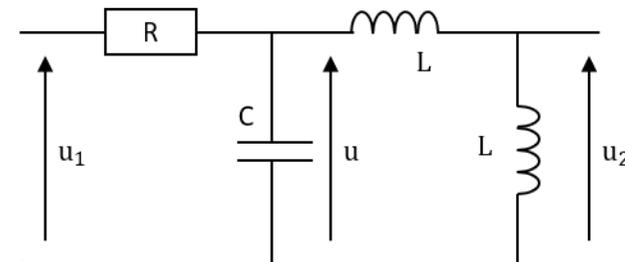
5) Rappeler la définition d'une pulsation de coupure à  $-3$  dB/dec. Déterminer graphiquement les fréquences de coupure.

6) En interprétant le facteur de qualité comme la surtension à la résonance, déterminer graphiquement la valeur du facteur de qualité.

### Exercice n°10 • Filtre de Hartley



On étudie le filtre ci-dessous en sortie ouverte (pas de courant en sortie de filtre). Dans tout l'exercice, on prendra :  $L = 1,0$  mH,  $C = 0,10$   $\mu$ F et  $R = 3,1$  k $\Omega$ .

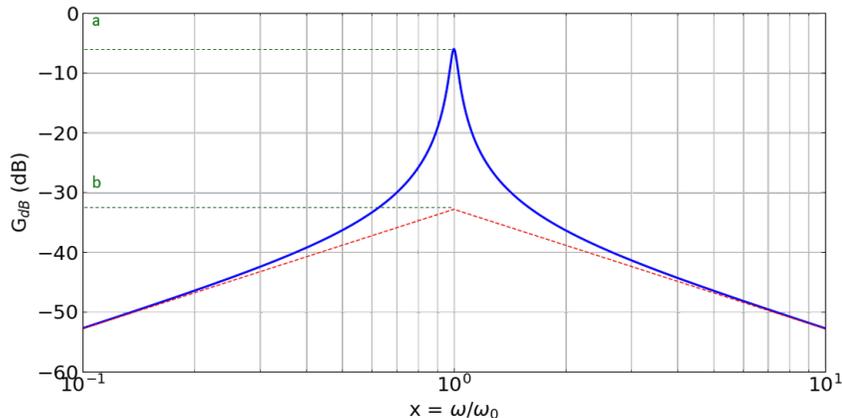


- Déterminer, sans calcul, la nature du filtre.
- Exprimer  $\underline{u}_2$  en fonction de  $\underline{u}$ , puis  $\underline{u}$  en fonction de  $\underline{u}_1$ . En déduire que la fonction de transfert se met sous la forme canonique suivante :

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} = \frac{H_0}{1 + jQ \left( x - \frac{1}{x} \right)}$$

En notant  $x = \omega/\omega_0$  la pulsation réduite. Donner la valeur de  $H_0$ . On exprimera la pulsation propre  $\omega_0$  et le facteur de qualité  $Q$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ , puis on donnera les valeurs numériques.

Le diagramme de Bode en amplitude est donné ci-dessous.



- Mesurer les pentes des asymptotes. Retrouver leur valeur à partir de l'étude de la fonction de transfert.
- Tracer le diagramme de Bode asymptotique pour la phase.
- Déterminer les valeurs numériques de  $a$  et  $b$  définis sur le diagramme à partir de l'expression de la fonction de transfert. Vérifier la cohérence avec les valeurs du graphe.
- Ce quadripôle peut-il servir d'intégrateur ou de dérivateur ? Si oui, dans quelle bande de fréquences ? Justifier. Quel inconvénient présente néanmoins ce montage utilisé pour réaliser ces opérations ?

On étudie la sortie  $u_2(t)$  lorsqu'on applique à l'entrée le signal suivant :

$$u_1(t) = E_0 + E_{1m} \cos(\omega_1 t) \quad \text{avec : } \omega_1 = \omega_0$$

- Déterminer l'expression littérale du signal de sortie  $u_2(t)$ .

On applique maintenant un créneau  $c(t)$  de pulsation  $\omega_2 = \omega_0/3$ , d'amplitude 1 V et de valeur moyenne nulle. Ce signal est décomposable en série de Fourier :

$$c(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \sin(\omega_2 t) - \frac{\sin(3\omega_2 t)}{3} + \frac{\sin(5\omega_2 t)}{5} - \frac{\sin(7\omega_2 t)}{7} + \dots \right]$$

- Tracer l'allure du spectre d'amplitude de  $c(t)$ . Préciser les valeurs numériques des pulsations des 3 premiers pics d'amplitudes non nulles.
- En utilisant le diagramme de Bode fourni, calculer les valeurs numériques des amplitudes de ces pics dans le signal de sortie. En déduire l'expression numérique approchée du signal de sortie. Justifier alors le nom donné à ce filtre : « tripleur de fréquences ».

### Exercice n°11 • Oscillateur à quartz

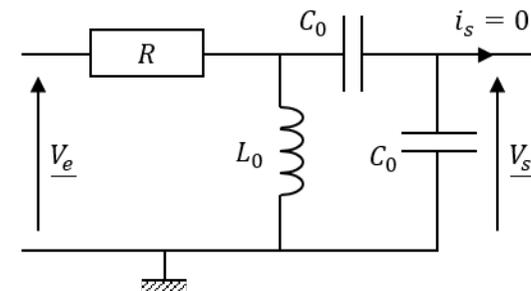


Ce problème étudie le principe et la réalisation des oscillateurs dits « à quartz », omniprésents, par exemple dans les montres. On étudie d'abord le principe général d'un oscillateur électronique, puis le modèle du cristal piézoélectrique, qu'on désignera par la suite comme un « quartz », et enfin un oscillateur utilisant le quartz.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes. Dans tout le problème, on ne s'intéressera, sauf mention explicite du contraire, qu'au régime sinusoïdal permanent dont la pulsation sera notée  $\omega$ .

#### Partie 1 - Oscillateur électronique de Colpitts

On considère le filtre ci-dessous, utilisé en sortie ouverte, dans lequel les condensateurs, la bobine et le résistor sont idéaux. On désigne par  $\underline{V}_e$  (resp.  $\underline{V}_s$ ) le potentiel d'entrée (resp. de sortie) repéré par rapport à la masse.



- Déterminer le schéma équivalent du circuit pour  $\omega \rightarrow \infty$  et  $\omega \rightarrow 0$  (on ne remplacera pas dans ce dernier cas les condensateurs par leur modèle asymptotique) et en déduire la nature du filtre.

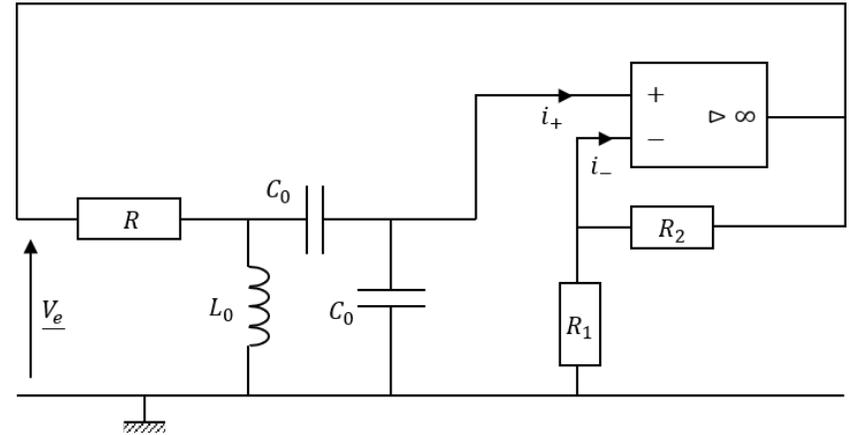
2) Montrer que la fonction de transfert du filtre s'écrit :

$$\underline{H}_0 = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1/2}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Avec  $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{L_0 C_0}}$  et  $Q = \frac{R}{L_0 \omega_0}$ . Retrouver alors la nature du filtre.

3) Tracer soigneusement, sur la même feuille, le diagramme de Bode pour  $Q = 0,5$  et  $Q = 2$ . Indiquer graphiquement pour ces deux cas la bande passante à  $-3$  dB.

On branche (cf. ci-dessous) la sortie du filtre précédent sur la borne « + » d'un composant électronique actif, nommé amplificateur opérationnel (AO). Aucune connaissance sur les AO n'est nécessaire pour répondre aux questions.

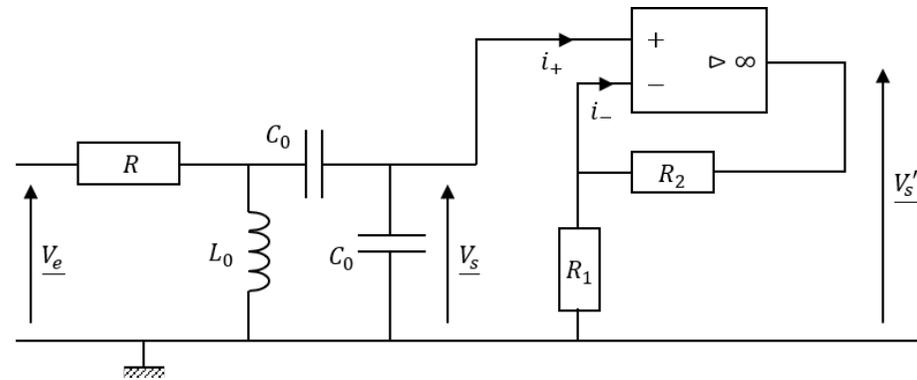


5) À l'aide de l'expression précédente de  $\underline{H}$ , établir l'équation différentielle vérifiée par la tension réelle  $V_e(t)$ .

6) En déduire que, sous certaines conditions à expliciter portant sur les paramètres  $R_1$  et  $R_2$ , le système se comporte comme un oscillateur harmonique de pulsation propre  $\omega_0$ .

### Partie 2 - Modèle électrocinétique du quartz

Un quartz peut être modélisé par le schéma électrocinétique ci-dessous, dans lequel les condensateurs de capacité  $C$  et  $C'$ , la bobine d'inductance  $L$  et le résistor seront considérés idéaux. La résistance  $r$  sera considérée nulle, sauf à la question 10.

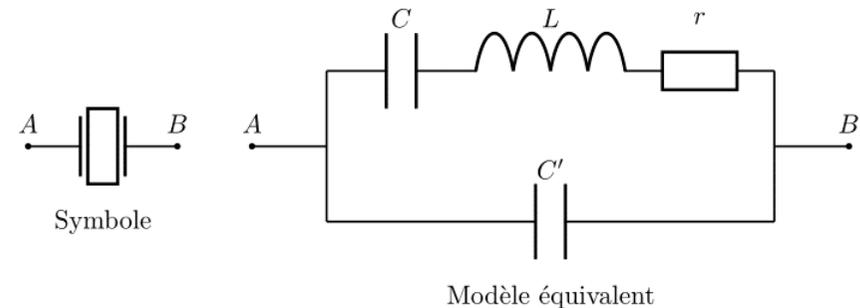


On admet que :

- Les intensités des courants aux bornes notées « + » et « - » sont nulles :  $i_+ = i_- = 0$ .
- Le montage réalise la fonction de transfert suivante :  $\underline{H}_1 = \frac{V_s'}{V_s} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ .

4) Pourquoi est-il intéressant que  $i_+ = 0$  ? En déduire l'expression la fonction de transfert totale  $\underline{H} = \frac{V_s'}{V_e}$ .

On relie maintenant l'entrée et la sortie du filtre global selon le schéma ci-dessous.



7) Exprimer l'impédance complexe  $\underline{Z}$  du quartz (on rappelle que  $r = 0$ ).

8) Déterminer la pulsation finie non nulle  $\omega_s$  pour laquelle  $\underline{Z}(\omega_s) = 0$  et la pulsation finie non nulle  $\omega_p$  pour laquelle  $|\underline{Z}|(\omega_p) \rightarrow \infty$ . Les exprimer en fonction de  $C$ ,  $C'$  et  $L$  et vérifier que  $\omega_s < \omega_p$ .

9) Tracer l'allure du graphe du module de l'impédance en fonction de  $\omega$  :  $|\underline{Z}|(\omega)$ .

10) Comment serait qualitativement modifié ce graphe si  $r$  n'est plus nulle mais de faible valeur.

11) Dans quels domaines de pulsations  $\omega$  le quartz a-t-il un comportement purement capacitif (de capacité  $C_{eq}$ ) ? purement inductif (d'inductance  $L_{eq}$ ) ?

Dans la suite, on peut admettre que :

$$C_{eq} = (C + C') \cdot \frac{1 - (\omega/\omega_p)^2}{1 - (\omega/\omega_s)^2} \quad \text{et} \quad L_{eq} = \frac{L}{1 + C'/C} \cdot \frac{1 - (\omega_s/\omega)^2}{1 - (\omega/\omega_p)^2}$$

### Partie 3 - Oscillateur de Pierce

On reprend le dernier circuit de la partie 1 (on suppose que la condition de la question 6 est remplie) où l'on remplace la bobine par le quartz de la partie 2 (en se plaçant dans l'intervalle de pulsation où le quartz a un comportement purement inductif, déterminé à la question 11). On obtient alors un oscillateur de Pierce.

12) Établir l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  du circuit en fonction de  $\omega_s$ ,  $\omega_p$  et  $K = 2 \frac{C + C'}{C_0}$ .

13) On imagine une variation de température de 10 °C environ. Avec un montage à bobine (partie 1) les variations relatives des valeurs de la capacité et de l'inductance sont de l'ordre de 3,5 %. Avec un oscillateur de Pierce (donc à base de quartz), la variation relative du carré de la pulsation propre (de  $\omega_0^2$ ) est de l'ordre de 0,0008 %. Commenter.

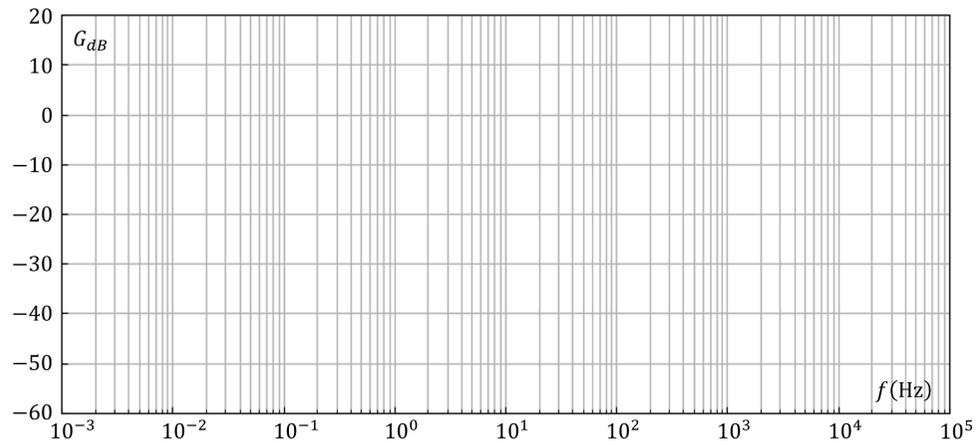
### Éléments de correction

❶ Cf. correction. ❷ 1) Passe-bas. 2)  $H_0 = \frac{1}{3}$  et  $\omega_0 = \frac{3}{2RC}$ . 3) Ordre 1. 4) cf. correction. 5)  $\omega_c = \omega_0$ . 6)  $s(t) \simeq \frac{U_0}{3} + \frac{U_1}{3\sqrt{2}} \cos(\omega_1 t)$ . ❸ 1)  $f_1 = 500$  Hz,  $f_2 = 5$  kHz,  $\phi_1 = \phi_2 = -\frac{\pi}{2}$ ,  $A_1 = 1,0$  V et  $A_2 = 0,5$  V. 2)  $B_1 = 0,9$  V et  $B_2 = 0,1$  V. 3) Passe-bas. 4)  $f_c = 1,0$  kHz et  $H_0 = 1,0$ . 5) RC du cours avec  $R = 1,6$  kΩ et  $C = 100$  nF. ❹ cf. correction. ❺ 1)  $H_0 = 1$  et  $\omega_0 = 1/RC = 100$  rad·s<sup>-1</sup>. 2) Cf. correction. 3)  $H_1 = \frac{1}{1 + R/R_{osc}} = 0,99$  et  $\omega_1 = \frac{1 + R/R_{osc}}{R(C + C_{osc})} = 101$  rad·s<sup>-1</sup>. 4) Presque aucun changement. ❻ 1) Passe-bas. 2)  $H_0 = 1$ ,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ . 3) Pente nulle en BF. Pente -40 dB/dec en HF. Croisement en  $\omega_c = \omega_0$ . 4)

Linéariser les signaux. 5)  $A = \frac{A_p^2}{2}$ ,  $B = \frac{A_p^2}{2}$ . Il faut  $\omega_m < \omega_c \ll 2\omega_p$ . 6) Filtre passe-haut de pulsation de coupure  $\omega_{c2} < \omega_m$ . ❶ 1)  $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$ . 2)  $f_0 = 447$  Hz. 3)  $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 0,24$ . 4) +60 dB/dec en BF et -40 dB/dec en HF. 5) 3 filtres. ❷ 1)  $A_0 = \frac{\alpha d}{\gamma}$ ,  $Q = \frac{\sqrt{md^2C}}{\gamma}$  et  $\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{md^2}}$ . 2) Passe-bande d'ordre 2. 3) cf. cours. 4) Oscillateur amorti : régimes pseudo-périodique, critique et apériodique. 5) Régime critique. ❸ 1) et 2)  $H_0 = \frac{1}{1 + R_L/R_0}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1 + R_L/R_0}{LC}}$  et  $Q = \frac{\sqrt{LC(1 + R_L/R_0)}}{L/R_0 + R_L C}$ . 3) Si  $Q > 1/\sqrt{2}$ , alors  $\omega_{res} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ . 4)  $f_{res} \simeq 7$  kHz. 5)  $f_{c1} \simeq 5,9$  kHz et  $f_{c2} \simeq 7,9$  kHz. 6)  $Q = \frac{v(res)}{v(BF)} \simeq 4,5$ . ❹ 1) Passe-bande. 2)  $H_0 = \frac{1}{2}$ ,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2LC}} = 70,7 \cdot 10^3$  rad·s<sup>-1</sup> et  $Q = R\sqrt{\frac{C}{2L}} = 22$ . 3) Pentas ±20 dB/dec. 4) BF :  $\phi = \pi/2$ . HF :  $\phi = -\pi/2$ . 5)  $b = 20 \log\left(\frac{H_0}{Q}\right) = -32,8$  dB et  $a = 20 \log(H_0) = -6$  dB. 6) Dérivateur en BF. Intégrateur en HF. Signaux fortement atténués. 7)  $u_2(t) = \frac{E_{1m}}{2} \cos(\omega_1 t)$ . 8)  $A_1 = 4/\pi = 1,27$  V,  $A_3 = 4/3\pi = 0,42$  V et  $A_5 = 4/5\pi = 0,25$  V. 9) Seule la pulsation  $3\omega_2 = \omega_0$  a une amplitude non négligeable en sortie. ❺ 1) Passe-bande. 2) et 3) cf. correction. 4)  $\underline{H} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1/2}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$ . 5)  $\frac{d^2V_e}{dt^2} + \frac{\omega_0}{2Q}\left(1 - \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{dV_e}{dt} + \omega_0^2 V_e(t) = 0$ . 6)  $R_1 = R_2$ . 7)  $\underline{Z} = \frac{j\omega L + 1/j\omega C}{1 + \frac{C'}{C} - \omega^2 LC'}$ . 8)  $\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC'} + \frac{1}{LC}} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . 9) et 10) cf. correction. 11) inductif si  $\omega_s < \omega < \omega_p$ . Capacitif si  $\omega < \omega_s$  ou  $\omega > \omega_p$ . 12)  $\omega_0^2 = \frac{1 + K}{1/\omega_s^2 + K/\omega_p^2}$ . 13) Oscillateur à bobine :  $\frac{u(\omega_0^2)}{\omega_0^2} = 4,8\% \gg 0,0008\%$ .

## Annexe

Apprendre à lire un diagramme de Bode.



Diagrammes de Bode à volonté !

